

Nome do candidato: _____

Exame de Ingresso ao PPGEM – 26 de Maio

Nome do Candidato: _____

RG/Passaporte: _____

Assinatura: _____

Indique, em ordem de preferência, as áreas de pesquisa de seu interesse (Controle & Automação, Energia & Fluidos ou Projeto & Fabricação).

1ª: _____

2ª: _____

3ª: _____

Instruções

1) **O exame consta de 24 questões, sendo que o candidato deve escolher apenas 10 questões para resolver.**

Caso o candidato resolva um número maior de questões, apenas as 10 primeiras serão consideradas.

2) Todas as questões têm o mesmo valor (1,0 ponto para cada questão resolvida)

3) As questões devem ser respondidas apenas no espaço reservado a elas, podendo ser utilizado o verso da página se necessário.

4) **Não é permitida** a consulta a livros ou apontamentos.

5) É permitido o uso de calculadoras eletrônicas **não programáveis**. **Não é permitido o uso de aplicativos de calculadora de celulares, smartphones, tablets e assemelhados.**

6) **Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo do candidato.**

7) A duração da prova é de 180 minutos (3 horas).

Para uso dos Examinadores:

Nota:

--

Questões							
Q01		Q07		Q13		Q19	
Q02		Q08		Q14		Q20	
Q03		Q09		Q15		Q21	
Q04		Q10		Q16		Q22	
Q05		Q11		Q17		Q23	
Q06		Q12		Q18		Q24	

Nome do candidato: _____

1ª Questão: (*Álgebra Linear*)

Calcule o valor de a para que a matriz A tenha autovalores 1 e 6, e determine os autovetores correspondentes.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Nome do candidato: _____

2ª Questão: (Álgebra Linear)

Dada a matriz $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & 6 \\ 2 & 7 & 4 \end{bmatrix}$, determine sua inversa, caso exista tal inversa.

Nome do candidato: _____

3ª Questão: (Cálculo Diferencial e Integral)

Seja a função y dada pelas equações paramétricas

$$\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$$

Determine $a \in \mathbb{R}$ tal que

$$y = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + a \left(\frac{dy}{dx}\right)^3, \quad \forall t > 0.$$

Nome do candidato: _____

4ª Questão: (Cálculo Diferencial e Integral)

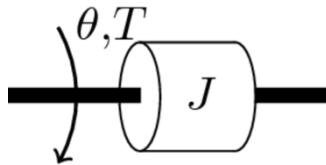
Calcule:

$$I = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_0^a e^{-x} \sin x \, dx$$

Nome do candidato: _____

5ª Questão: (Controle)

Um sistema mecânico rotacional (ilustrado na figura abaixo), cuja posição angular θ deve ser controlada, pode ser representado por um corpo cilíndrico de momento de inércia J . A função de transferência no domínio complexo s , $G(s)$, pode ser deduzida a partir da equação de movimento que relaciona o torque aplicado T e a posição angular θ .



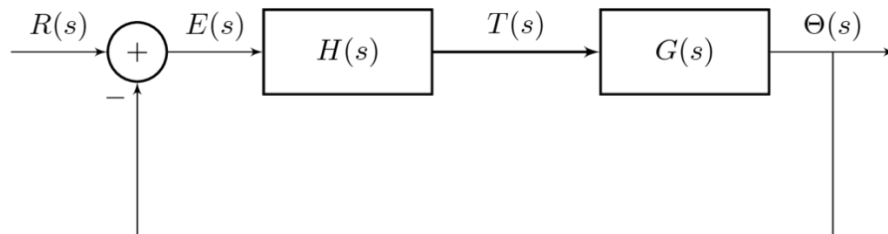
- a) Calcule a função de transferência do sistema representada por:

$$\frac{\theta(s)}{T(s)} = G(s)$$

- b) Um sistema de controle em malha fechada (ilustrado na figura abaixo) é projetado utilizando um controlador proporcional $H(s) = K_p$. Calcule a função de transferência em malha fechada

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = G_{MF}(s),$$

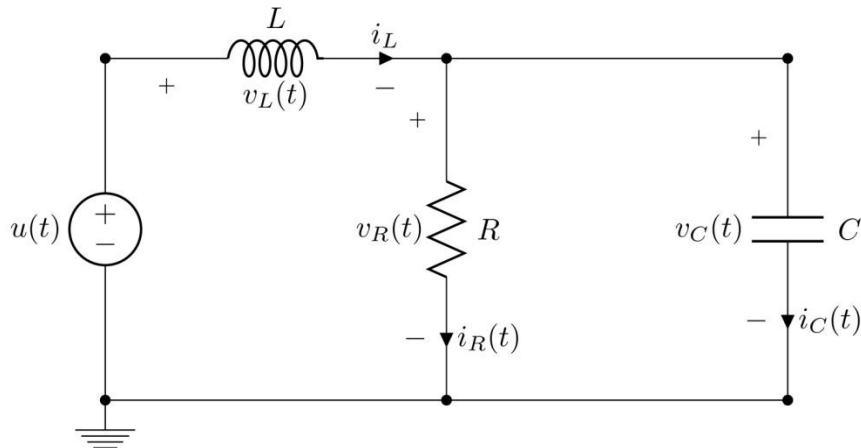
e os polos associados.



Nome do candidato: _____

6ª Questão (Controle)

Considere o circuito elétrico como ilustrado abaixo.



Onde:

- $u(t)$ é o valor fornecido pela fonte de tensão,
- C é o valor da capacitância,
- $v_C(t)$ é a tensão do capacitor,
- $i_C(t)$ é a corrente do capacitor,
- L é o valor da indutância,
- $v_L(t)$ é a tensão do indutor,
- $i_L(t)$ é a corrente do indutor,
- R é o valor da resistência,
- $v_R(t)$ é a tensão do resistor,
- $i_R(t)$ é a corrente do resistor.

Fazendo as seguintes considerações:

- $i_L(t)$ e $v_C(t)$ são as variáveis de estado do sistema,
- $v_C(t)$ também é a variável de saída do sistema,
- $L = \frac{1}{2}H$, $R = \frac{1}{2}\Omega$, $C = 1F$.

Pede-se:

a-) Calcule a representação do sistema em espaço de estados.

b-) Calcule os autovalores do sistema.

Nome do candidato: _____

7ª Questão: (Computação)

Analise o código a seguir:

```
void main() {  
    int matriz[3][5], i, j, *ponteiro;  
  
    matriz[0][0] = matriz[0][1] = 1;  
  
    ponteiro = matriz[0][2];  
  
    for (i = 2; i < 15; i++) {  
        *ponteiro = *(ponteiro - 1) + *(ponteiro - 2);  
        ponteiro++;  
    }  
  
    for (i = 0; i < 3; i++) {  
        for (j = 0; j < 5; j++) {  
            printf("%d ", matriz[i][j]);  
        }  
        printf("\n");  
    }  
}
```

- a) Explique o funcionamento deste código
- b) Qual o resultado “impresso” (gerado no terminal) por este código.

Utilize o verso da página se necessário.

Nome do candidato: _____

8ª Questão:(Computação)

É comum alguns sistemas realizarem o armazenamento de eventos (*log* de erros) para que o usuário possa consultá-los em caso de ocorrência de falhas. Desta forma, projete um sistema para armazenamento de eventos que armazene até 10 ocorrências (as 10 últimas). Ocorrências mais antigas devem ser apagadas para dar lugar às mais novas. Você pode utilizar ou vetores estáticos ou listas dinâmicas no seu projeto.

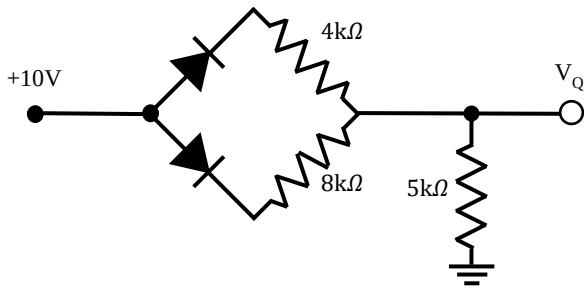
Utilizando alguma linguagem de programação como C, C#, Pascal, JAVA ou mesmo português estruturado, descreva/implemente seu projeto.

Utilize o verso da página se necessário.

Nome do candidato: _____

9ª Questão: (Eletrônica)

Dado o circuito da figura a seguir e considerando uma queda de potencial no diodo de 0,7V, responda:

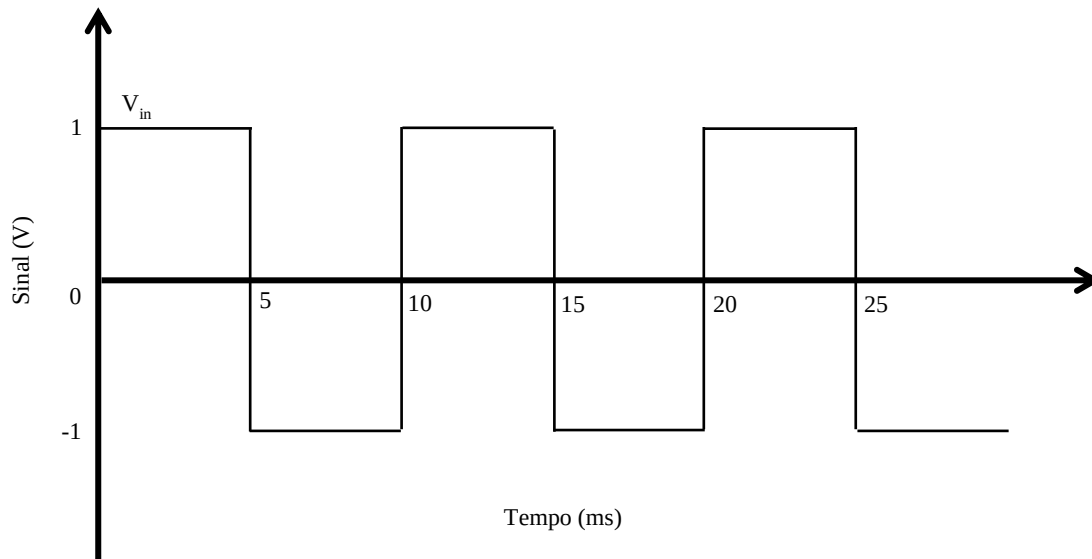
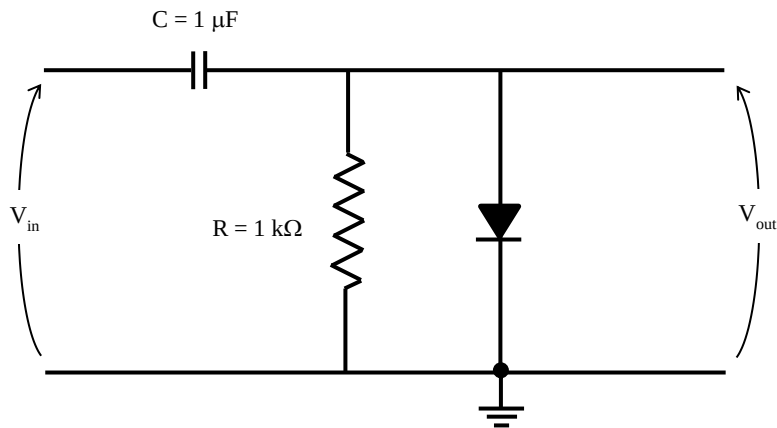


- a) Qual o valor da corrente que passa pelo resistor de $5k\Omega$ e pelo de $8k\Omega$?
- b) Qual o valor da voltagem V_Q ?

Nome do candidato: _____

10ª Questão: (Eletrônica)

Considere o circuito na figura abaixo. Desenhe a forma de tensão de saída V_{out} dada a tensão de entrada V_{in} , supondo que o capacitor estava inicialmente descarregado.

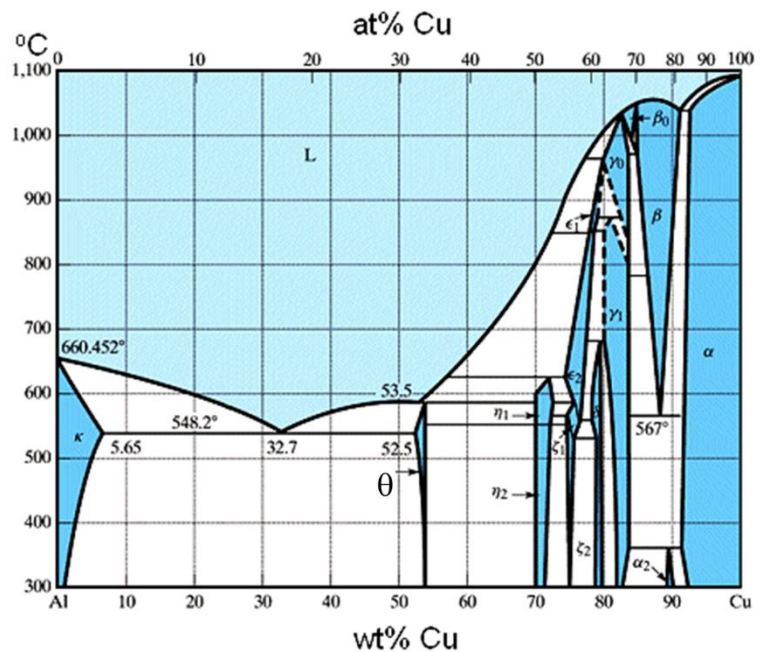


Nome do candidato: _____

11ª Questão: (Materiais)

Considerando-se o diagrama de fases em equilíbrio do sistema alumínio-cobre:

- a) Especificar qual é a máxima quantidade de cobre em peso que pode ser colocada em solução sólida na estrutura cristalina do alumínio puro.
- b) Comentar a diferença entre o tipo de reação que ocorre a 548,2 °C e 32,7% em peso de cobre e a que ocorre a 567 °C e cerca de 86% em peso de cobre. Indicar quais são as fases envolvidas nos dois casos.
- c) Considerando uma liga com 20% em peso de cobre, a uma temperatura de 400 °C, calcular a fração das fases presentes.



Nome do candidato: _____

12ª Questão: (Materiais)

Um cilindro de aço ABNT 1045 com diâmetro de 100 mm e comprimento de 500 mm deve ser usado em ensaios de usinagem, para avaliar a resistência ao desgaste de ferramentas de torneamento. Na condição atual, o cilindro está numa condição em que a dureza não está uniforme ao longo da seção transversal e apresenta várias regiões com valores maiores que os desejados para os testes. Recomendar, e discutir, um tratamento térmico ao qual o cilindro deve ser submetido para garantir que a dureza fique baixa (aprox. 180 HB – Brinell) e uniforme ao longo de todo o seu volume. Considerar que o diâmetro externo e as faces do cilindro serão removidas antes dos testes, de forma que não há necessidade de considerar eventuais problemas de descarbonetação durante o tratamento térmico.

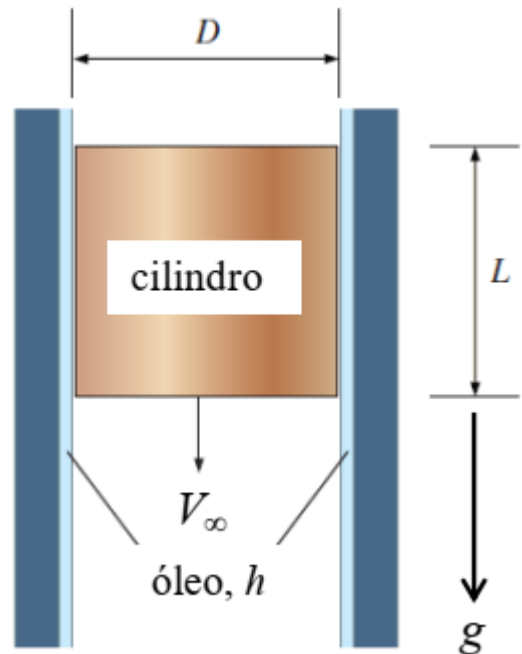
Nome do candidato: _____

13ª Questão: (Mecânica dos Fluidos)

Um cilindro de diâmetro D , altura L e massa m escorrega em presença de um campo gravitacional g em um tubo vertical cuja superfície interna está coberta por uma camada de óleo de viscosidade μ e espessura h , como mostra a figura. Nestas condições, deduzir uma expressão para a velocidade constante de descida do cilindro em queda livre V_∞ .

Lei de viscosidade de Newton: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$.

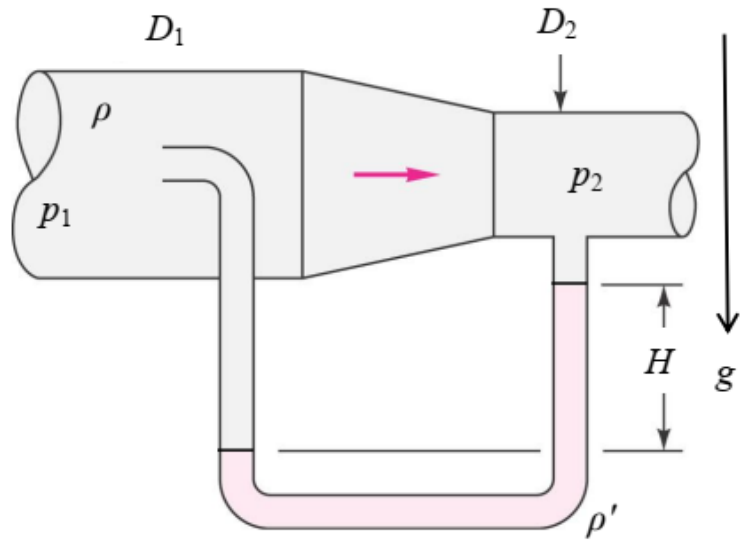
(adaptado de Çengel, Y. A., Cimbala, J. M., *Mecânica dos Fluidos, fundamentos e aplicações*, Mc Graw-Hill)



Nome do candidato: _____

14ª Questão: (Mecânica dos Fluidos)

Um fluido de massa específica ρ escoou em uma contração de área de diâmetro D_1 a $D_2 < D_1$, como mostra a figura. A tomada de pressão de estagnação e estática estão conectadas ao manômetro em U com um fluido de massa específica $\rho' > \rho$ em um campo gravitacional g . Supondo conhecida a pressão estática p_1 e a altura no manômetro H , determinar a pressão estática p_2 e a vazão volumétrica Q , desprezando perdas.



Conservação da massa: $0 = \int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dv + \int_A \rho (\mathbf{V} \cdot \mathbf{\tilde{n}}) dA$ ou $0 = \frac{d}{dt} \int_v \rho dv + \int_A \rho (\mathbf{V}_r \cdot \mathbf{\tilde{n}}) dA$

Bernoulli: $p + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho g z = cte$

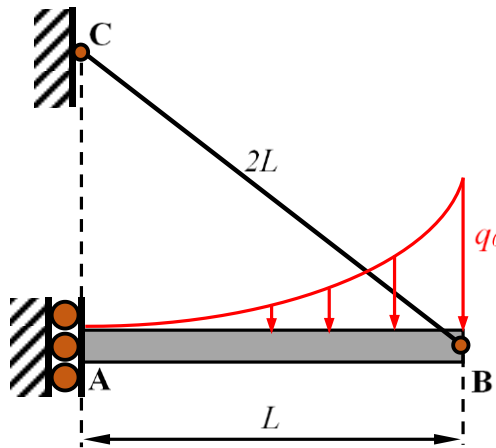
adaptado de White, F. M., *Mecânica dos Fluidos*, Mc Graw-Hill)

Nome do candidato: _____

15ª Questão: (Mecânica dos Sólidos)

A viga AB de comprimento L e rigidez flexional EI está submetida a um carregamento distribuído que varia conforme a lei: $q(x) = q_0(x/L)^2$. O suporte próximo à extremidade A permite apenas o deslocamento vertical da seção, e a extremidade B está presa a um cabo ideal BC (indeformável) de comprimento $2L$. Determine:

- todas as reações de apoio em função dos parâmetros dados, apresentadas em um diagrama de corpo livre da estrutura completa;
- o máximo momento fletor na viga.

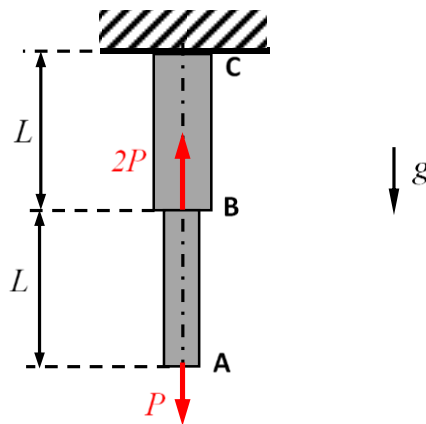


Nome do candidato: _____

16ª Questão: (Mecânica dos Sólidos)

A barra ABC é formada pelos segmentos AB (de comprimento L e seção transversal de área A) e BC (de comprimento L e seção transversal de área $2A$). Sobre as seções A e B atuam forças axiais concentradas de intensidades P e $2P$, como indicado na figura. O material da barra possui peso específico $\gamma = 2P/AL$. Determine:

- o diagrama de forças normais da barra ABC;
- o alongamento total da barra devido às forças concentradas e ao peso próprio da mesma.

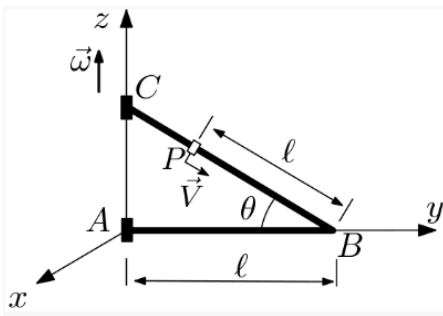


Nome do candidato: _____

17ª Questão: (Mecânica Geral)

A peça rígida ABC da figura gira em torno do eixo AC , sustentada pelos mancais fixos A e C , com velocidade angular constante $\vec{\omega} = \omega \vec{k} \text{ rad/s}$ em relação a um referencial inercial (não exibido). O referencial não inercial $Axyz$ ($A\vec{i}\vec{j}\vec{k}$) é solidário ao corpo rígido ABC (portanto, o corpo rígido permanece sempre no plano Ayz durante o movimento). No instante mostrado, uma arruela P percorre o segmento BC com velocidade $\vec{V}$, de módulo constante e igual a $V \text{ m/s}$ na direção/sentido mostrados, com respeito a um observador no referencial não-inercial $Axyz$ ($A\vec{i}\vec{j}\vec{k}$).

Para o instante mostrado e em função dos parâmetros ℓ , ω , θ e V , determine os *vetores velocidade absoluta e aceleração absoluta* da arruela P , expressando as respostas na base $Axyz$ ($A\vec{i}\vec{j}\vec{k}$).

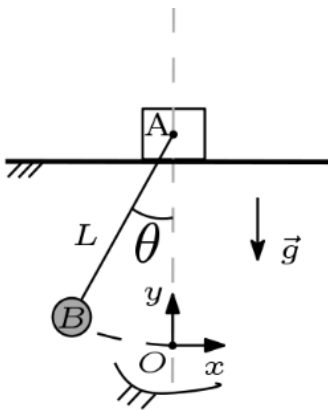


Nome do candidato: _____

18ª Questão: (Mecânica Geral)

O sistema da figura é composto por um bloco A , de massa M , e por uma esfera B , de massa m e raio desprezível, unidos por um fio ideal sem massa de comprimento L que permanece sempre esticado. O bloco pode deslizar sobre uma superfície horizontal sem atrito e permanece sempre em contato com esta superfície. Na situação inicial mostrada, tanto o bloco e a esfera estão em repouso, com a esfera deslocada de um ângulo θ com respeito à vertical Oy . Em determinado instante, a esfera é solta. Para o instante em que ela passa pela primeira vez diretamente abaixo do bloco (isto é, A e B ficam alinhados em uma direção paralela a Oy , determine, em função de M , m , L e θ :

- (a) O módulo da velocidade do bloco A ;
- (b) O módulo da velocidade da esfera B ;
- (c) O módulo da aceleração do centro de massa do conjunto bloco + esfera.



Nome do candidato: _____

19ª Questão: (Termodinâmica)

Um volume de $0,36 \text{ m}^3$ de um gás a 15°C e 103 kPa é comprimido reversivelmente e adiabaticamente até 1000 kPa . A seguir é resfriado a pressão constante até sua temperatura original, após o que se expande isotermicamente até seu estado original, completando o ciclo. Pede-se:

- (a) o calor trocado durante o processo isobárico;
- (b) o calor trocado durante o processo de expansão;
- (c) o trabalho líquido do ciclo.

Para o gás sabe-se que $k = c_p/c_v = 1,4$ e $R = 0,287 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

Nome do candidato: _____

20ª Questão: (Termodinâmica)

Uma máquina térmica reversível em um satélite opera entre um reservatório quente a T_H e um painel radiante a T_P . A radiação do painel é proporcional à sua área e a T_P^4 . Para uma dada quantidade de trabalho produzida e valor de T_H , mostre que a área do painel será mínima quando $T_P/T_H = 0,75$.

Nome do candidato: _____

21ª Questão: (Estatística)

As técnicas de tratamento a frio para aços têm como objetivos o aumento da resistência ao desgaste e o aumento da tenacidade. Esses tratamentos têm efeito principalmente sobre a martensita, que sofre mudanças cristalográficas e microestruturais. Essas mudanças, com a transformação da austenita em martensita (que proporciona uma estrutura mais estável), são as responsáveis pelos benefícios do tratamento.

Considere a análise de 20 placas que não sofreram nenhum tratamento. O parâmetro de interesse é a resistência dessas placas a um determinado esforço. A partir de um experimento com esta amostra, foi encontrada uma resistência média amostral de $\bar{x} = 29,8$ ksi.

Uma segunda amostra aleatória de $n = 25$ placas de aço, tratadas a frio, submetidas ao mesmo experimento, forneceu uma resistência média amostral de $\bar{y} = 34,7$ ksi.

Assumindo que as duas distribuições de resistência sejam normais e os desvios-padrão populacionais conhecidos, com $\sigma_1 = 4,0$ e $\sigma_2 = 5,0$, os dados indicam que as resistências de rendimento médias reais correspondentes – μ_1 e μ_2 – são diferentes? Considerar um teste no nível de significância $\alpha = 0,01$.

Nome do candidato: _____

22. Questão: (Estatística)

A resistência de um certo tipo de cabo de aço é uma variável aleatória modelada pela distribuição Normal com média igual a 10 kgf e com desvio padrão igual a 6 kgf. Uma amostra de tamanho 25 desses cabos, escolhida ao acaso, forneceu média igual a 9,8 kgf. Ao nível de 10% de significância é possível afirmar que os cabos são mais resistentes que o afirmado inicialmente?

Nome do candidato: _____

23ª Questão: (Algoritmos)

Resolva o seguinte sistema linear utilizando o método de eliminação de Gauss:

$$100X + 10Y + 20Z + 30W = 1450$$

$$50X + 40Y + 10Z + 20W = 1050$$

$$70X + 25Y + 14Z + 60W = 2275$$

$$10X + 10Y + 20Z + 20W = 1060$$

Nome do candidato: _____

24ª Questão: (Algoritmos)

Abaixo está uma implementação do método de ordenação conhecido como Straight Insertion, onde A é um vetor de inteiros cujo conteúdo será ordenado:

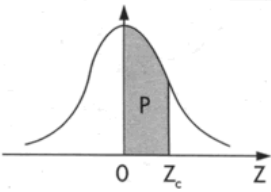
```
i ← 1
while i < length(A)
  j ← i
  while j > 0 and A[j-1] > A[j]
    swap A[j] and A[j-1]
    j ← j - 1
  end while
  i ← i + 1
end while
```

Considere o seguinte vetor A = [21 100 23 2 18 10 1]

Simule o algoritmo com o vetor acima e responda quantas operações de swap foram executadas.

Nome do candidato: _____

Distribuição Normal Padrão

II – Distribuição Normal Padrão $Z \sim N(0, 1)$ Corpo da tabela dá a probabilidade p, tal que $p = P(0 < Z < Z_c)$ 											
parte inteira e primeira decimal de Z_c	Segunda decimal de Z_c										parte inteira e primeira decimal de Z_c
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0,0	00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586	0,0
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535	0,1
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409	0,2
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173	0,3
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793	0,4
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240	0,5
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490	0,6
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524	0,7
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327	0,8
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891	0,9
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214	1,0
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298	1,1
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147	1,2
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774	1,3
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189	1,4
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408	1,5
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449	1,6
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327	1,7
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062	1,8
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670	1,9
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169	2,0
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574	2,1
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899	2,2
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158	2,3
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361	2,4
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520	2,5
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643	2,6
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736	2,7
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807	2,8
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861	2,9
3,0	49865	49869	49874	49878	49882	49886	49889	49893	49897	49900	3,0
3,1	49903	49906	49910	49913	49916	49918	49921	49924	49926	49929	3,1
3,2	49931	49934	49936	49938	49940	49942	49944	49946	49948	49950	3,2
3,3	49952	49953	49955	49957	49958	49960	49961	49962	49964	49965	3,3
3,4	49966	49968	49969	49970	49971	49972	49973	49974	49975	49976	3,4
3,5	49977	49978	49978	49979	49980	49981	49981	49982	49983	49983	3,5
3,6	49984	49985	49985	49986	49986	49987	49987	49988	49988	49989	3,6
3,7	49989	49990	49990	49990	49991	49991	49992	49992	49992	49992	3,7
3,8	49993	49993	49993	49994	49994	49994	49994	49995	49995	49995	3,8
3,9	49995	49995	49996	49996	49996	49996	49996	49996	49997	49997	3,9
4,0	49997	49997	49997	49997	49997	49997	49998	49998	49998	49998	4,0
4,5	49999	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	4,5

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PPGEM – Exame de Ingresso – Maio/2022

Nome do candidato: _____

Distribuição t de Student

$$x: P\{T_n \leq x\} = p$$

α	0.75	0.8	0.85	0.9	0.925	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995
n											
1	1.000	1.376	1.963	3.078	4.165	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.282	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	1.924	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	1.778	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	1.699	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.650	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.617	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.592	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.574	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.559	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.548	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.538	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.530	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.523	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.517	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.512	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.508	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.504	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.500	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.497	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.494	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.492	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.489	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.487	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.485	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.483	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.482	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.480	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.479	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.477	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
35	0.682	0.852	1.052	1.306	1.472	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340	3.591
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.468	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
45	0.680	0.850	1.049	1.301	1.465	1.679	2.014	2.412	2.690	3.281	3.520
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.462	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
55	0.679	0.848	1.046	1.297	1.460	1.673	2.004	2.396	2.668	3.245	3.476
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.458	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
65	0.678	0.847	1.045	1.295	1.457	1.669	1.997	2.385	2.654	3.220	3.447
70	0.678	0.847	1.044	1.294	1.456	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211	3.435
75	0.678	0.846	1.044	1.293	1.454	1.665	1.992	2.377	2.643	3.202	3.425
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.453	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
85	0.677	0.846	1.043	1.292	1.453	1.663	1.988	2.371	2.635	3.189	3.409
90	0.677	0.846	1.042	1.291	1.452	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183	3.402
95	0.677	0.845	1.042	1.291	1.451	1.661	1.985	2.366	2.629	3.178	3.396
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.451	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
120	0.677	0.845	1.041	1.289	1.449	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
150	0.676	0.844	1.040	1.287	1.447	1.655	1.976	2.351	2.609	3.145	3.357
200	0.676	0.843	1.039	1.286	1.445	1.653	1.972	2.345	2.601	3.131	3.340
q_p	0.674	0.842	1.036	1.282	1.440	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

T_n - Variável aleatória com distribuição t de Student com n graus de liberdade
 q_p - Quantil de probabilidade p da distribuição normal padrão

Nome do candidato: _____

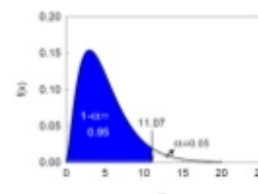
Distribuição qui-quadrado

Distribuição Qui-Quadrado

Valores da Função de Distribuição

$$F(u) = \int_0^u \frac{x^{(n-2)/2} e^{-x/2}}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} dx$$

Se $X \sim \chi^2$ então $P(X \leq \chi) = 1 - \alpha$
Se $X \sim \chi^2_{(5)}$ então $P(X \leq 11,07) = 0,95$
 $\chi^2_{0,95(5)} = 11,07$



n/F	$1-\alpha$												
	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	0,102	0,455	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	0,575	1,386	2,773	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	1,213	2,366	4,108	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	1,923	3,357	5,385	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	2,675	4,351	6,626	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	3,455	5,348	7,841	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	4,255	6,346	9,037	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	5,071	7,344	10,219	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	5,899	8,343	11,389	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	6,737	9,342	12,549	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	7,584	10,341	13,701	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	8,438	11,340	14,845	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	9,299	12,340	15,984	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	10,165	13,339	17,117	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	11,037	14,339	18,245	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	11,912	15,338	19,369	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	12,792	16,338	20,489	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	13,675	17,338	21,605	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	14,562	18,338	22,718	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	15,452	19,337	23,828	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	16,344	20,337	24,935	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	17,240	21,337	26,039	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,260	10,196	11,689	13,091	14,848	18,137	22,337	27,141	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	19,037	23,337	28,241	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559
25	10,520	11,524	13,120	14,611	16,473	19,939	24,337	29,339	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,160	12,198	13,844	15,379	17,292	20,843	25,336	30,435	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290
27	11,808	12,879	14,573	16,151	18,114	21,749	26,336	31,528	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	22,657	27,336	32,620	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993
29	13,121	14,256	16,047	17,708	19,768	23,567	28,336	33,711	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336
30	13,787	14,953	16,791	18,493	20,599	24,478	29,336	34,800	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672
31	14,458	15,655	17,539	19,281	21,434	25,390	30,336	35,887	41,422	44,985	48,232	52,191	55,003
32	15,134	16,362	18,291	20,072	22,271	26,304	31,336	36,973	42,585	46,194	49,480	53,486	56,328
33	15,815	17,074	19,047	20,867	23,110	27,219	32,336	38,058	43,745	47,400	50,725	54,776	57,648
34	16,501	17,789	19,806	21,664	23,952	28,136	33,336	39,141	44,903	48,602	51,966	56,061	58,964
35	17,192	18,509	20,569	22,465	24,797	29,054	34,336	40,223	46,059	49,802	53,203	57,342	60,275
36	17,887	19,233	21,336	23,269	25,643	29,973	35,336	41,304	47,212	50,998	54,437	58,619	61,581
37	18,586	19,960	22,106	24,075	26,492	30,893	36,336	42,383	48,363	52,192	55,668	59,893	62,883
38	19,289	20,691	22,878	24,884	27,343	31,815	37,335	43,462	49,513	53,384	56,896	61,162	64,181
39	19,996	21,426	23,654	25,695	28,196	32,737	38,335	44,539	50,660	54,572	58,120	62,428	65,476
40	20,707	22,164	24,433	26,509	29,051	33,660	39,335	45,616	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766
41	21,421	22,906	25,215	27,326	29,907	34,585	40,335	46,692	52,949	56,942	60,561	64,950	68,053
42	22,138	23,650	25,999	28,144	30,765	35,510	41,335	47,766	54,090	58,124	61,777	66,206	69,336
43	22,859	24,398	26,785	28,965	31,625	36,436	42,335	48,840	55,230	59,304	62,990	67,459	70,616
44	23,584	25,148	27,575	29,787	32,487	37,363	43,335	49,913	56,369	60,481	64,201	68,710	71,893
45	24,311	25,901	28,366	30,612	33,350	38,291	44,335	50,985	57,505	61,656	65,410	69,957	73,166
46	25,041	26,657	29,160	31,439	34,215	39,220	45,335	52,056	58,641	62,830	66,617	71,201	74,437
47	25,775	27,416	29,956	32,268	35,081	40,149	46,335	53,127	59,774	64,001	67,821	72,443	75,704
48	26,511	28,177	30,755	33,098	35,949	41,079	47,335	54,196	60,907	65,171	69,023	73,683	76,969
49	27,249	28,941	31,555	33,930	36,818	42,010	48,335	55,265	62,038	66,339	70,222	74,919	78,231
50	27,991	29,707	32,357	34,764	37,689	42,942	49,335	56,334	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490
51	28,735	30,475	33,162	35,600	38,560	43,874	50,335	57,401	64,295	68,669	72,616	77,386	80,747
52	29,481	31,246	33,968	36,437	39,433	44,808	51,335	58,468	65,422	69,832	73,810	78,616	82,001
53	30,230	32,018	34,776	37,276	40,308	45,741	52,335	59,534	66,548	70,993	75,002	79,843	83,253
54	30,981	32,793	35,586	38,116	41,183	46,676	53,335	60,600	67,673	72,153	76,192	81,069	84,502
55	31,735	33,570	36,398	38,958	42,060	47,610	54,335	61,665	68,796	73,311	77,380	82,292	85,749
56	32,490	34,350	37,212	39,801	42,937	48,546	55,335	62,729	69,919	74,468	78,567	83,513	86,994

(c) 2012, Pedro Casquilho